Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Februar 2022

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

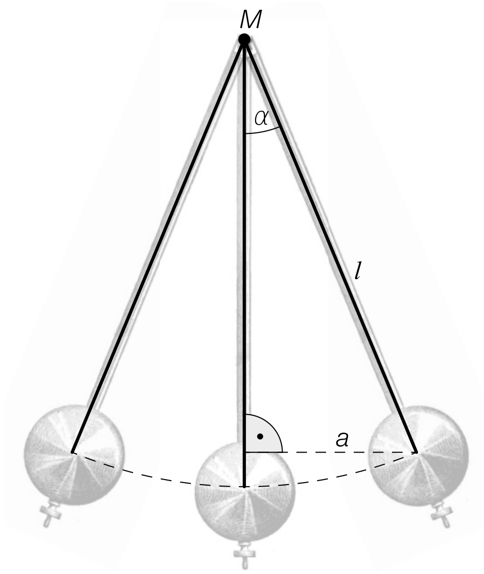
Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
9–10	Befriedigend
7–8	Genügend
0–6	Nicht genügend

Aufgabe 1

Pendeluhr

a) In der nachstehenden Abbildung ist das Pendel einer Uhr dargestellt.



1) Erstellen Sie mithilfe von a und l eine Formel zur Berechnung des Winkels α.

α = ____

2) Markieren Sie in der obigen Abbildung diejenige Größe x, die mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$x = l - a \cdot \tan(90° - \alpha)$

b) Die Schwingungsdauer eines Pendels kann näherungsweise mit der nachstehenden Formel berechnet werden.

$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{10}}$

l ... Länge des Pendels in m
T ... Schwingungsdauer in s

Bei einem sogenannten *Sekundenpendel* beträgt die Schwingungsdauer 2 s.

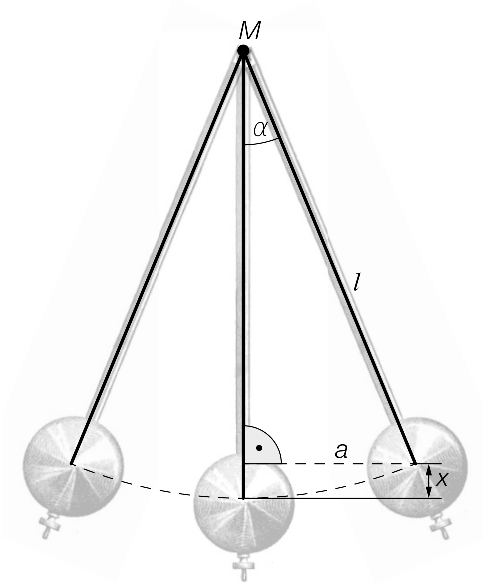
1) Berechnen Sie die Länge des Pendels l_S eines Sekundenpendels.

Lösung zur Aufgabe 1

Pendeluhr

a1) $\alpha = \arcsin\left(\frac{a}{l}\right)$

a2)



b1) $2 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_S}{10}}$

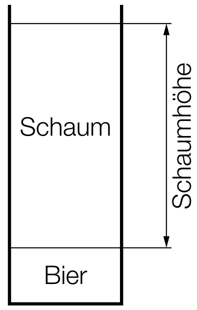
$l_S = 1{,}013...$ m

Die Länge l_S beträgt rund 1,01 m.

Aufgabe 2

Bierschaum

Die Schaumhöhe von Bieren in zylinderförmigen Gläsern nimmt nach dem Einschenken ab.
Dazu werden verschiedene Versuche durchgeführt.



a) Die Schaumhöhe in Abhängigkeit von der Zeit t soll für die Biersorte A modellhaft durch eine Exponentialfunktion f beschrieben werden.

t ... Zeit nach Versuchsbeginn in min
$f(t)$ ... Schaumhöhe zur Zeit t in cm

Zu Versuchsbeginn beträgt die Schaumhöhe in einem schmalen Glas 16 cm.
Die Halbwertszeit der Schaumhöhe beträgt 2,5 min.

1) Stellen Sie eine Gleichung von f auf. Wählen Sie $t = 0$ für den Versuchsbeginn.

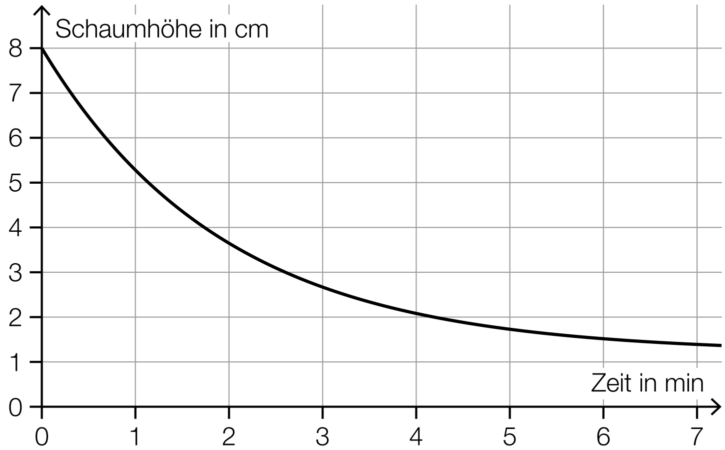
b) Die Schaumhöhe in Abhängigkeit von der Zeit t für die Biersorte B lässt sich näherungsweise durch die nachstehende Funktion h beschreiben.

$h(t) = 6 \cdot 0{,}81^t$

t ... Zeit nach Versuchsbeginn in min
$h(t)$ ... Schaumhöhe zur Zeit t in cm

1) Berechnen Sie, zu welcher Zeit nach Versuchsbeginn die Schaumhöhe mit einer Geschwindigkeit von 1 cm/min abnimmt.

c) Für die Biersorte C ist die Schaumhöhe in Abhängigkeit von der Zeit in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



1) Überprüfen Sie nachweislich anhand der obigen Abbildung, ob diesem Modell eine konstante Halbwertszeit zugrunde liegt.

Lösung zur Aufgabe 2

Bierschaum

a1) $8 = 16 \cdot a^{2,5}$ *oder* $8 = 16 \cdot e^{-\lambda \cdot 2,5}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$f(t) = 16 \cdot 0,757...^{t}$ *oder* $f(t) = 16 \cdot e^{-0,277... \cdot t}$

b1) $h'(t) = 6 \cdot 0,81^{t} \cdot \ln(0,81) = -1$

Lösen der Gleichung mittels Technologieeinsatz:

$t = 1,11...$

Etwa 1,1 min nach Versuchsbeginn beträgt die Geschwindigkeit der Abnahme 1 cm/min.

c1) Überprüfung anhand beliebiger Stellen, z. B.:

Die halbe Ausgangshöhe (4 cm) wird nach rund 1,75 min erreicht, ein Viertel der Ausgangshöhe (2 cm) aber erst nach rund 4,2 min (und nicht nach $2 \cdot 1,75 = 3,5$ min).

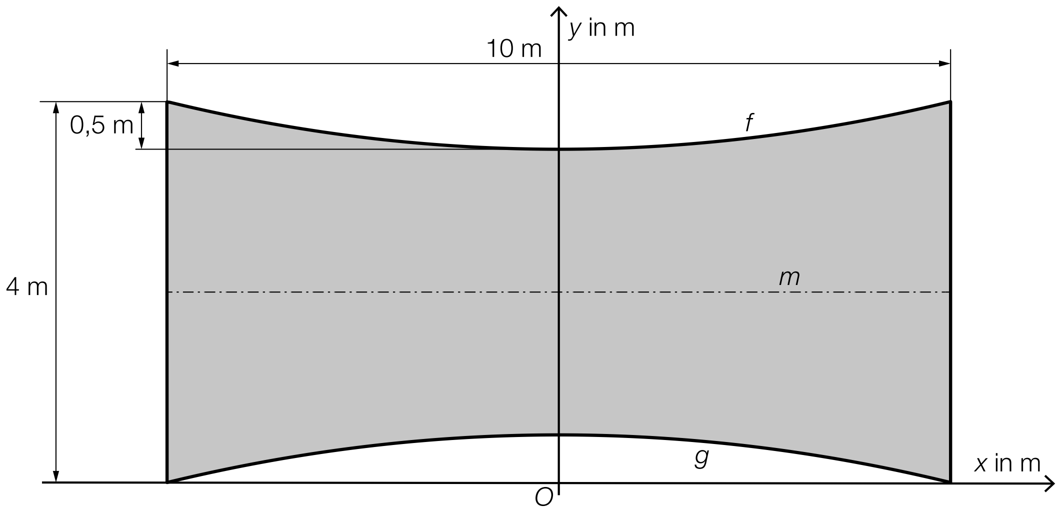
Also liegt keine konstante Halbwertszeit vor.

Aufgabe 3

Trinkwassergewinnung durch Wassernetze

a) In trockenen, nebelreichen Gegenden werden oft große Netze zur Trinkwassergewinnung aufgespannt.

In der nachstehenden Abbildung ist ein solches Netz modellhaft in einem Koordinatensystem dargestellt.



Die obere Begrenzungslinie des Netzes kann durch den Graphen der Funktion *f* mit $f(x) = a_1 \cdot x^2 + c_1$ beschrieben werden.

1) Berechnen Sie a_1 und c_1 mithilfe der obigen Abbildung.

Der Graph der Funktion *g* mit $g(x) = a_2 \cdot x^2 + c_2$ ist bezüglich der in der obigen Abbildung eingezeichneten Mittellinie *m* symmetrisch zum Graphen der Funktion *f*.

2) Kreuzen Sie diejenige Bedingung an, die aufgrund dieser Symmetrie erfüllt sein muss. *[1 aus 5]*

$a_1 = a_2$	☐
$a_2 = -a_1$	☐
$c_1 = c_2$	☐
$c_2 = -c_1$	☐
$a_2 = 2 \cdot a_1$	☐

3) Erstellen Sie mithilfe von *f* und *g* eine Formel zur Berechnung des Inhalts der grau markierten Fläche.

$A =$ ____

Lösung zur Aufgabe 3

Trinkwassergewinnung durch Wassernetze

a1) I: $f(-5) = 4$
II: $f(0) = 3{,}5$

oder:

I: $25 \cdot a_1 + c_1 = 4$
II: $0 \cdot a_1 + c_1 = 3{,}5$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a_1 = 0{,}02$
$c_1 = 3{,}5$

a2)

$a_2 = -a_1$	☒

a3) $A = \int_{-5}^{5} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x$ *oder* $A = 2 \cdot \int_{0}^{5} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x$

Aufgabe 4

Kleeblatt und Regenschirm

a) Bei einem bestimmten Spiel gibt es 9 Spielkarten. 3 dieser Spielkarten zeigen ein Kleeblatt, die anderen 6 zeigen einen Regenschirm. Es werden 2 dieser 9 Spielkarten ohne Zurücklegen zufällig ausgewählt.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau 1 dieser beiden Spielkarten ein Kleeblatt zeigt.

b) Tabitha hat eine Spielmünze, die auf einer Seite ein Kleeblatt und auf der anderen Seite einen Regenschirm zeigt. „Kleeblatt“ und „Regenschirm“ treten bei jedem Wurf mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auf.
Tabitha wirft diese Spielmünze *n*-mal.

1) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit.

P(„bei n Würfen wird genau 8-mal ein Kleeblatt geworfen“) = ____________________

c) Franz hat einen 6-flächigen Würfel, der auf genau einer Seitenfläche ein Kleeblatt zeigt. Alle anderen Seitenflächen zeigen einen Regenschirm. Franz würfelt mit diesem Würfel *n*-mal.

1) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.
$P(E) = 1 - \left(\frac{1}{6}\right)^n$

Lösung zur Aufgabe 4

Kleeblatt und Regenschirm

a1) $\frac{6}{9} \cdot \frac{3}{8} \cdot 2 = \frac{1}{2}$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{1}{2}$.

b1) P(„bei n Würfen wird genau 8-mal ein Kleeblatt geworfen“) $= \binom{n}{8} \cdot 0{,}5^8 \cdot 0{,}5^{n-8} = \binom{n}{8} \cdot 0{,}5^n$

c1) E ... „bei n Würfen wird mindestens 1-mal ein Regenschirm geworfen“